Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et statistiques appliquées à l'obsolescence des smartphones (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btscprp.fr/assets/annales/bts-cprp/E2 - Mathématiques/2018/BTS CPRP - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d’un train à très haute vitesse

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes. L’exercice étudie la distance parcourue pour vérifier cet objectif, puis calcule l’aire d’une pièce destinée aux futures gares à partir d’un schéma et d’une fonction.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0 en utilisant la formule fournie.

On compare à la forme fournie $y' + ay = 0$: ici $a = -0,2$. Ainsi, $y(t) = ke^{-at} = ke^{0,2t}$, où k est une constante réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t}, \quad k \in \mathbb{R}.$

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. Alors $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. La fonction proposée vérifie donc l’équation sur $[0, 3]$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution particulière.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète sont la somme d’une solution particulière et des solutions de l’équation homogène associée. On obtient donc $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec k réel.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75, \quad k \in \mathbb{R}.$

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.

Avec la solution générale, la condition $f(0) = 0$ donne $k - 75 = 0$, donc $k = 75$. En remplaçant cette constante, on obtient la fonction recherchée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions de f(t) et f'(t) fournies par le logiciel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$, donc à $t \geq 0$. Sur l'intervalle demandé, l'inégalité est vérifiée partout, avec égalité en $t = 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude précédente les variations de la fonction f sur [0, 3].

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	positif
Valeur de f	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$

La dérivée est positive sur $]0, 3]$. La fonction est donc croissante sur $[0, 3]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à environ $16,659$ km sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus au bout d'une minute à partir de la fonction f(t) = 75(e^(0,2t) - 1) - 15t, puis arrondir le résultat au dixième.

Au bout d'une minute, la distance parcourue est $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. L'arrondi au dixième donne la distance demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1,6$ km environ.

Question 3° a). La vitesse du wagon en kilomètres par minute à l'instant t est f'(t). Déterminer cette vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

La vitesse est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en km/min. À deux minutes, $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$ km/min, soit $7,4$ km/min au dixième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ km/min à $t = 2$ min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse instantanée de 400 km/h à atteindre en moins de deux minutes.

À deux minutes, la vitesse vaut $60f'(2) \approx 442,6$ km/h. Comme $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ est croissante, le seuil de 400 km/h est atteint avant deux minutes. La résolution de $f'(t) = 400/60$ donne $t = 5\ln(13/9) \approx 1,836$ minute.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : le seuil est atteint après environ $1,836$ min, donc avant deux minutes.

Question 4°. Choisir, sans justification, parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. La formule de la tangente est fournie.

Parmi les trois propositions, la tangente au point d'abscisse 2 correspond à la troisième équation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$

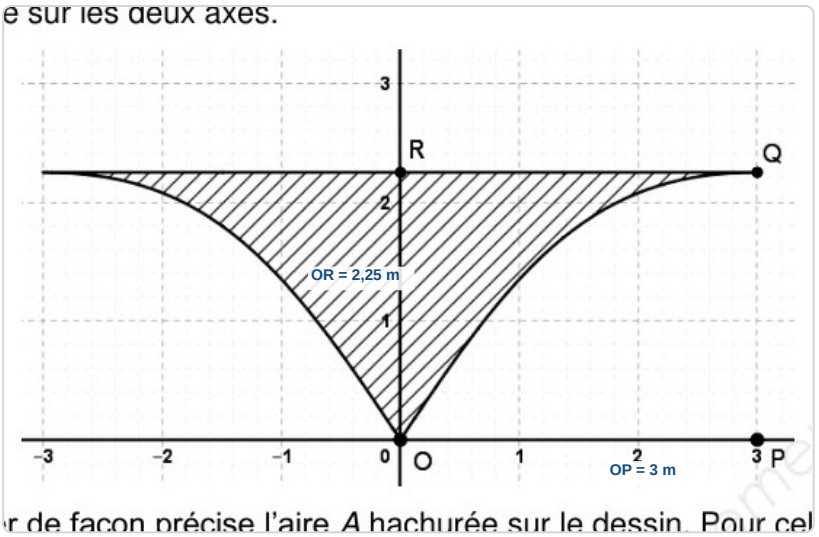
C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, sans justification, parmi les trois propositions l'aire du rectangle OPQR représenté sur le schéma, en unités d'aire.

Dimension du rectangle OPQR	Valeur
OP	3 m
OR	2,25 m
Aire A_1	$3 \times 2,25 = 6,75$ u. a.

Le schéma donne le rectangle de largeur 3 et de hauteur 2,25. L'aire correspond à la troisième proposition.

Dimensions du rectangle OPQR



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3, en utilisant la primitive fournie.

Comme g est positive sur $[0,3]$, $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie, $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2+9)$, on trouve $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln(18/9) = \frac{27}{4}\ln 2$.

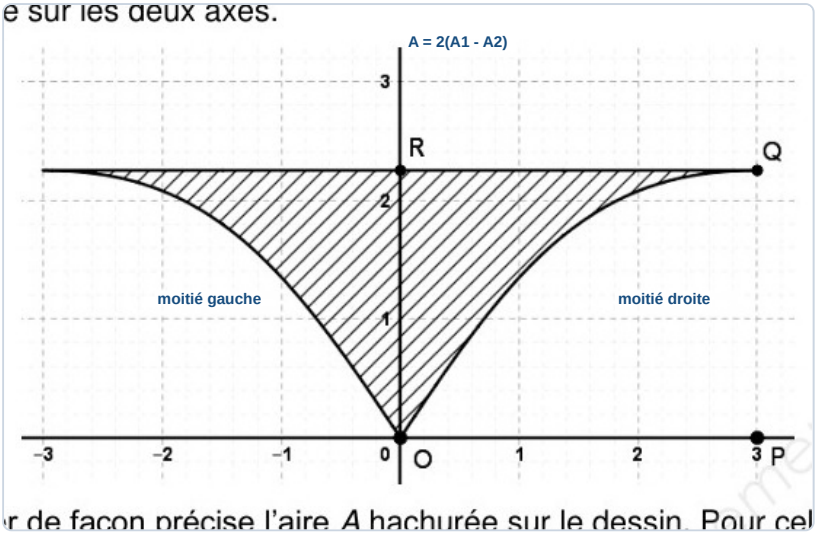
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A de la pièce, en tenant compte de sa symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, et arrondir au millième.

Sur une moitié de la pièce, l'aire hachurée est le rectangle moins l'aire sous la courbe : $A_1 - A_2$. Par symétrie, $A = 2(A_1 - A_2) = 2(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2)$. L'unité graphique étant le mètre sur chaque axe, l'aire est en mètres carrés.

Aire hachurée et symétrie



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A \approx 4,143 \text{ m}^2$.

2. Probabilités et statistiques appliquées à l’obsolescence des smartphones

L’exercice étudie deux formes d’obsolescence parmi 200 smartphones, puis modélise le nombre d’appareils non réparables dans un lot de 50. Il se termine par un test bilatéral qui vérifie, à partir d’un échantillon de 180 personnes, une proportion publiée au sujet de la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur les 200 smartphones, compléter le tableau d’effectifs croisant l’obsolescence technique et l’obsolescence logicielle. L’énoncé indique que ces formes concernent respectivement 3 % et 8 % des appareils, et que 12,5 % des smartphones touchés par l’obsolescence logicielle sont également touchés par l’obsolescence technique.

Sur 200 smartphones, l’obsolescence technique concerne 6 appareils et l’obsolescence logicielle 16. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2 appareils. On complète les autres cases par différence, puis on vérifie que les totaux donnent bien 200.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau des effectifs complété

Smartphones	touchés par l’obsolescence logicielle	non touchés par l’obsolescence logicielle	Total
touchés par l’obsolescence technique	**2**	**4**	**6**
non touchés par l’obsolescence technique	**14**	**180**	**194**
Total	**16**	**184**	**200**

✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases du tableau : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; totaux 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant que L est réalisé.

Les proportions données dans l'énoncé fournissent directement les deux probabilités simples : 3 % pour T et 8 % pour L. La proportion de 12,5 % est calculée parmi les smartphones touchés par L. Elle correspond donc à la probabilité conditionnelle de T sachant L, notée $P_L(T)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) que le smartphone soit touché simultanément par l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle.

La formule de probabilité conditionnelle donne $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. En remplaçant par les valeurs de l'énoncé, on obtient $0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$. Les deux types d'obsolescence touchent donc simultanément 1 % des smartphones.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}01$, soit 1 %.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) que le smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Être touché par au moins un type d'obsolescence correspond à l'événement T ∪ L. On additionne les probabilités de T et de L, puis on retranche leur intersection pour ne pas compter deux fois les smartphones touchés par les deux formes : $0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}10$, soit 10 %.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité que le smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité de L sachant T est le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T. Ainsi, $P_T(L) = 0{,}01 / 0{,}03 = 1/3$. Arrondie au millième, cette probabilité vaut 0,333.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) = 1/3 \approx 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50, suit une loi binomiale et déterminer ses paramètres.

Chaque smartphone prélevé constitue un essai de Bernoulli : il est non réparable avec la probabilité 0,045. Le stock étant suffisamment important pour assimiler le prélèvement à des tirages avec remise, les 50 essais sont indépendants. Le nombre X de smartphones non réparables suit donc une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Tous les appareils sont réparables lorsque X = 0. La probabilité qu'un smartphone soit réparable vaut 1 − 0,045 = 0,955. Par indépendance des 50 tirages, la probabilité que les 50 soient réparables est donc $P(X = 0) = 0{,}955^{50}$, puis on arrondit au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0) \approx 0{,}100$.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme qui additionne les probabilités P(X = i) pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau avec les probabilités et les valeurs successives de S.

On calcule les probabilités binomiales pour i = 0, 1, 2 et 3, puis on les ajoute successivement à S. Les valeurs du tableau sont arrondies au millième ; les sommes successives sont obtenues à partir des probabilités non arrondies.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

La boucle additionne les probabilités correspondant à X = 0, 1, 2 et 3. La somme finale représente donc la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables. D'après les calculs de la question précédente, cette probabilité est environ 0,813.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : la probabilité d'avoir au plus trois appareils non réparables est d'environ 81,3 %.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte des lots de smartphones.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut n × p. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen d'appareils non réparables par lot est donc 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables en moyenne par lot.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir parmi les trois propositions la valeur de h arrondie au centième telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. La moyenne de F est 0,55 et son écart type est 0,037.

Pour une loi normale, l'intervalle central de 95 % s'étend approximativement de 1,96 écart type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième. Parmi les propositions, il faut donc choisir 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Au seuil de 5 %, on conserve H_0 si la fréquence observée appartient à l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, ses bornes sont environ 0,4775 et 0,6225. En dehors de cet intervalle, on rejette H_0 au profit de H_1.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Conserver H_0 si $0{,}4775 \leq f \leq 0{,}6225$; sinon, rejeter H_0.

Question 3°. Parmi les 180 personnes interrogées, 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Déterminer la conclusion du test à partir de la fréquence observée et de la règle de décision.

La fréquence observée est $f = 76 / 180 \approx 0{,}422$. Elle est inférieure à la borne basse de l'intervalle de décision, environ 0,4775. La fréquence observée se trouve donc dans la région de rejet du test bilatéral au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f \approx 0{,}422$: on rejette H_0 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2018, code MATGRB1, d'une durée de 2 heures, avec un coefficient variant de 1 à 3 selon la spécialité. Les deux exercices, notés chacun sur 10 points, étudient le départ d'un train à propulsion électromagnétique et l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, analyse, intégrales, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de l'équation homogène y' - 0,2y = 0 sont de la forme y(t) = ke^(0,2t).
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance : v(t) = f'(t).
- Pour deux événements T et L, P(T ∪ L) = P(T) + P(L) - P(T ∩ L).
- Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier que la solution trouvée satisfait la condition initiale de l'équation différentielle.
- Ne pas confondre distance en kilomètres et vitesse en kilomètres par minute.
- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement réalisé qui sert de condition.
- Dans le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux deux bornes de l'intervalle de décision.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser une condition initiale pour déterminer la solution d'une équation différentielle ?

Écrivez d'abord la famille générale des solutions de l'équation complète. Remplacez ensuite la variable et la fonction par leurs valeurs initiales dans cette expression, puis déterminez la constante qui satisfait la condition.

Q : Comment distinguer une probabilité d'intersection d'une probabilité conditionnelle ?

L'intersection P(T ∩ L) concerne la réalisation simultanée des deux événements. La probabilité conditionnelle P_L(T) concerne T parmi les cas où L est réalisé et se calcule par P(T ∩ L) / P(L), si P(L) est non nulle.

Q : Comment organiser son temps pendant cette épreuve de deux heures ?

Répartissez le temps entre les deux exercices de 10 points et leurs différentes parties. Si une question bloque, avancez puis revenez-y. Gardez quelques minutes pour vérifier les unités, les arrondis et les réponses aux choix multiples.

Q : Le sujet impose-t-il un coefficient unique ou des arrondis précis ?

Le coefficient dépend de la spécialité du BTS et varie de 1 à 3 selon le tableau. Dans l'exercice 2, les résultats sont arrondis au millième sauf indication contraire ; les autres arrondis sont indiqués dans les questions.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscprp.fr/assets/annales/bts-cprp/E2 - Mathématiques/2018/BTS CPRP - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Conception des Processus de Réalisation de Produits : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.